**Лабораторная работа 5**

**ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

**Ход выполнения работы**

**Задание 1.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **N+12** | **N+2** | **N+6** | **N+3** | **N+11** | **N+1** | **168+N** |
| 2 | **N+10** | **N** | **N+8** | **N+5** | **N+7** | **N+13** | **113+N** |
| 3 | **N+1** | **N+5** | **N+11** | **N+8** | **N+2** | **N+11** | **150+N** |
| 4 | **N+4** | **N+10** | **N+10** | **N+3** | **N+13** | **N+2** | **159+N** |
| 5 | **N+3** | **N+11** | **N+9** | **N** | **N+10** | **N+4** | **100+N** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **143+N** | **107+N** | **131+N** | **193+N** | **95+N** | **163+N** |  |

1. **Проверить, открытая задача или закрытая;**

Задача является открытой, так как суммарное количество потребности груза превышает запасы поставщиков

Запасы: 172+117+154+163+104=710

Потребители: 147+111+135+197+99+167=856

Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную (фиктивную) базу с запасом груза, равным 146 (856-710)

1. **Составить опорный план;**

Этапы:

1. Построение начального базисного решения: метод наименьшей стоимости (минимального элемента)
2. Итеративный процесс поиска оптимального решения (метод потенциалов).

**Решение**

**Вариант 4**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7** | **15** | **5** | **172** |
| 2 | **14** | **4** | **12** | **9** | **11** | **17** | **117** |
| 3 | **5** | **9** | **15** | **12** | **6** | **15** | **154** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7** | **17** | **6** | **163** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4** | **14** | **8** | **104** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

1. Выбор ячейки с наименьшим значением С2,2 = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7** | **15** | **5** | **172** |
| 2 | **14** | **4** | **12** | **9** | **11** | **17** | **117** |
| 3 | **5** | **9** | **15** | **12** | **6** | **15** | **154** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7** | **17** | **6** | **163** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4** | **14** | **8** | **104** |
|  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

1. Х2,2=min (111,117) = 111

Выбор ячейки с наименьшим значением С5,4 = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7** | **15** | **5** | **172** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11** | **17** | **6** |
| 3 | **5** | **9** | **15** | **12** | **6** | **15** | **154** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7** | **17** | **6** | **163** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4** | **14** | **8** | **104** |
|  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **0** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

1. Х5,4=min (104,197) = 104

Выбор ячейки с наименьшим значением С1,6 = 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7** | **15** | **5** | **172** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11** | **17** | **6** |
| 3 | **5** | **9** | **15** | **12** | **6** | **15** | **154** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7** | **17** | **6** | **163** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4 | 104** | **14** | **8** | **0** |
|  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **0** | **135** | **93** | **99** | **167** |  |

1. Х1,6=min (172,167) = 167

Выбор ячейки с наименьшим значением С3,1 = 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7** | **15** | **5 | 167** | **5** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11** | **17** | **6** |
| 3 | **5** | **9** | **15** | **12** | **6** | **15** | **154** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7** | **17** | **6** | **163** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4 | 104** | **14** | **8** | **0** |
|  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **0** | **135** | **93** | **99** | **0** |  |

1. Х3,1=min (154,147) = 147

Выбор ячейки с наименьшим значением С3,5 = 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7** | **15** | **5 | 167** | **5** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11** | **17** | **6** |
| 3 | **5 | 147** | **9** | **15** | **12** | **6** | **15** | **7** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7** | **17** | **6** | **163** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4 | 104** | **14** | **8** | **0** |
|  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135** | **93** | **99** | **0** |  |

1. Х3,5=min (7,99) = 7

Выбор ячейки с наименьшим значением С1,4 = 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7** | **15** | **5 | 167** | **5** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11** | **17** | **6** |
| 3 | **5 | 147** | **9** | **15** | **12** | **6 | 7** | **15** | **0** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7** | **17** | **6** | **163** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4 | 104** | **14** | **8** | **0** |
|  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135** | **93** | **92** | **0** |  |

1. Х4,4=min (5,93) = 5

Выбор ячейки с наименьшим значением С4,4 = 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7 | 5** | **15** | **5 | 167** | **0** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11** | **17** | **6** |
| 3 | **5 | 147** | **9** | **15** | **12** | **6 | 7** | **15** | **0** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7** | **17** | **6** | **163** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4 | 104** | **14** | **8** | **0** |
|  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135** | **88** | **92** | **0** |  |

1. Х1,3=min (163,88) = 88

Выбор ячейки с наименьшим значением С2,5 = 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7 | 5** | **15** | **5 | 167** | **0** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11** | **17** | **6** |
| 3 | **5 | 147** | **9** | **15** | **12** | **6 | 7** | **15** | **0** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7 | 88** | **17** | **6** | **75** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4 | 104** | **14** | **8** | **0** |
|  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135** | **0** | **92** | **0** |  |

1. Х2,5=min (6,92) = 6

Выбор ячейки с наименьшим значением С4,3 = 14

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7 | 5** | **15** | **5 | 167** | **0** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11 | 6** | **17** | **0** |
| 3 | **5 | 147** | **9** | **15** | **12** | **6 | 7** | **15** | **0** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7 | 88** | **17** | **6** | **75** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4 | 104** | **14** | **8** | **0** |
|  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135** | **0** | **86** | **0** |  |

1. Х4,3=min (75,135) = 75

Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7 | 5** | **15** | **5 | 167** | **0** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11 | 6** | **17** | **0** |
| 3 | **5 | 147** | **9** | **15** | **12** | **6 | 7** | **15** | **0** |
| 4 | **8** | **14** | **14 | 75** | **7 | 88** | **17** | **6** | **0** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4 | 104** | **14** | **8** | **0** |
|  | **0** | **0** | **0 | 60** | **0** | **0 | 86** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **86** | **0** |  |

Должно быть m+n – 1 = 6+6-1=11 переменных

Заполнено: 11

Следовательно, опорный план является *невырожденным*.

Значение функции цели:

7\*5+5\*167+4\*11+11\*6+5\*147+6\*7+14\*75+7\*88+4\*104+0\*60+0\*80 =

=35+835+44+66+735+42+1050+616+416+0+0 = 3839

1. **Применить метод потенциалов;**

Определяем потенциалы для всех базисных переменных

u1+v4=7; 0+v4=7; v4=7  
u4+v4=7; 7+u4=7; u4=0  
u4+v3=14; 0+v3=14; v3=14  
u6+v3=0; 14+u6=0; u6=-14  
u6+v5=0; -14+v5=0; v5=14  
u2+v5=11; 14+u2=11; u2=-3  
u2+v2=4; -3+v2=4; v2=7  
u3+v5=6; 14+u3=6; u3=-8  
u3+v1=5; -8+v1=5; v1=13  
u5+v4=4; 7+u5=4; u5=-3  
u1 + v6 = 5; 0 + v6 = 5; v6 = 5

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=13 | v2=7 | v3=14 | v4=7 | v5=14 | v6=5 |
| u1=0 | **16** | **6** | **10** | **7 [5]** | **15** | **5 [167]** |
| u2=-3 | **14** | **4 [111]** | **12** | **9** | **11 [6]** | **17** |
| u3=-8 | **5 [147]** | **9** | **15** | **12** | **6 [7]** | **15** |
| u4=0 | **8** | **14** | **14 [75]** | **7 [88]** | **17** | **6** |
| u5=-3 | **7** | **15** | **13** | **4 [104]** | **14** | **8** |
| u6=-14 | **0** | **0** | **0 [60]** | **0** | **0 [86]** | **0** |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых

ui+vj>cij  
(1;2): 0+7 > 6; X12 = 0 + 7 - 6 = 1 > 0  
(1;3): 0 + 14 > 10; X13 = 0 + 14 - 10 = 4 > 0  
(4;1): 0 + 13 > 8; X41 = 0 + 13 - 8 = 5 > 0  
(5;1): -3 + 13 > 7; X51 = -3 + 13 - 7 = 3 > 0  
max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 8  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=13 | v2=7 | v3=14 | v4=7 | v5=14 | v6=5 |
| u1=0 | **16** | **6** | **10** | **7 [5]** | **15** | **5 [167]** |
| u2=-3 | **14** | **4 [111]** | **12** | **9** | **11 [6]** | **17** |
| u3=-8 | **5 [147][-]** | **9** | **15** | **12** | **6 [7] [+]** | **15** |
| u4=0 | **8 [+]** | **14** | **14 [75] [-]** | **7 [88]** | **17** | **6** |
| u5=-3 | **7** | **15** | **13** | **4 [104]** | **14** | **8** |
| u6=-14 | **0** | **0** | **0 [60] [+]** | **0** | **0 [86] [-]** | **0** |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = 75. Прибавляем 75 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 75 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7 | 5** | **15** | **5 | 167** | **0** |
| 2 | **14** | **4 | 111** | **12** | **9** | **11 | 6** | **17** | **0** |
| 3 | **5 | 72** | **9** | **15** | **12** | **6 | 82** | **15** | **0** |
| 4 | **8 | 75** | **14** | **14** | **7 | 88** | **17** | **6** | **0** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4 | 104** | **14** | **8** | **0** |
|  | **0** | **0** | **0 | 135** | **0** | **0 | 11** | **0** | **146** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **86** | **0** |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1+v4=7; 0+v4=7; v4=7  
u4+v4=7; 6+u4=7; u4=1  
u4+v1=8; 0+v1=8; v1=8  
u3+v1=5; 7+u3=5; u3=-2  
u3+v5=6; -3+v5=6; v5=9  
u2+v5=11; 8+u2=11; u2=3  
u2+v2=4; 2+v2=4; v2=2  
u6+v5=0; 8+u6=0; u6=-8  
u6+v3=0; -8+v3=0; v3=8  
u5+v4=4; 6+u5=4; u5=-2  
u1 + v6 = 5; 0 + v6 = 5; v6 = 5

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=8 | v2=2 | v3=8 | v4=7 | v5=9 | v6=5 |
| u1=0 | **16** | **6** | **10** | **7 [5]** | **15** | **5 [167]** |
| u2=3 | **14** | **4 [111]** | **12** | **9** | **11 [6]** | **17** |
| u3=-2 | **5 [72]** | **9** | **15** | **12** | **6 [82]** | **15** |
| u4=0 | **8 [75]** | **14** | **14** | **7 [88]** | **17** | **6** |
| u5=-2 | **7** | **15** | **13** | **4 [104]** | **14** | **8** |
| u6=-8 | **0** | **0** | **0 [135]** | **0** | **0 [11]** | **0** |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.  
Минимальные затраты составят:

F(x) = 5\*72+8\*75+4\*111+7\*5+7\*88+4\*104+11\*6+6\*82+5\*167 =

=360+600+444+35+616+416+66+492+835 = 3864